

2025 届高一数学暑假作业

亲爱的同学们：

不知不觉中我们已经升入高中一年，同时迎来了期盼已久的暑假。在这个充满欢声笑语的假期里，学习同样是我们不可或缺的一部分，尤其是对数学这门既严谨又充满挑战的学科而言，正是我们查漏补缺、为新学期做好充分准备的最佳时机。

数学，作为科学之母，不仅锻炼我们逻辑思维能力，还培养了我们的耐心与毅力。在暑假期间，通过系统的复习与预习，我们可以巩固上学期所学的知识点，发现并解决在学习过程中遇到的难题，为下学期的学习打下坚实的基础。因此，暑假学习的重要性不言而喻，它不仅是对过去知识的回顾，更是对未来挑战的积极准备。

假期作业一共 20 篇，每天作业时长 30 分钟，包括 5 选择、3 填空、2 解答，涉及知识点为高一所学习全部内容，合理安排完成作业。让我们以饱满的热情和坚定的决心，迎接这个充满挑战的暑假吧！相信通过大家的努力，不仅能在数学上取得显著的进步，还能在这个假期里收获满满的成长与快乐。

高一数学组全体教师

2025 年 7 月

在正式内容开始之前，我们先来复习回忆一下这一年学习了哪些知识呢？

第一章 集合与常用逻辑用语	1.1 集合 1.2 常用逻辑用语
第二章 等式与不等式	2.1 等式 2.2 不等式
第三章 函数	3.1 函数的概念与性质 3.2 函数与方程、不等式之间的关系 3.3 函数的应用
第四章 指数函数、对数函数与幂函数	4.1 指数与指数函数 4.2 对数与对数函数 4.3 指数函数与对数函数的关系 4.4 幂函数 4.5 增长速度的比较 4.6 函数的应用(二)
第五章 统计与概率	5.1 统计 5.3 概率 5.4 统计与概率的应用
第六章 平面向量初步	6.1 平面向量及其线性运算 6.2 向量基本定理与向量的坐标 6.3 平面向量线性运算的应用
第七章 三角函数	7.1 任意角的概念与弧度制 7.2 任意角的三角函数 7.3 三角函数的性质与图像
第八章 向量的数量积与三角恒等变换	8.1 向量的数量积 8.2 三角恒等变换
第九章 解三角形	9.1 正弦定理与余弦定理 9.2 正弦定理与余弦定理的应用 9.3 数学探究活动:得到不可达两点之间的距离
第十章 复数	10.1 复数及其几何意义 10.2 复数的运算
第十一章 立体几何初步	11.1 空间几何体

为自己设定一个计划吧，我们可以按自己的想法将暑假分为几部分，按照计划去完成才会更有动力！

暑假开始--7.30	8.1--8.15	8.15--暑假结束

作业单			
时间规划	作业内容	时长	开学反馈方式
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			
11			
12			
13			
14			
15			
16			
17			
18			
19			
20			

# 数学暑假作业 (一)

月

日

星期

实际作业时长

1、若复数  $z$  满足  $z \cdot i = 2$ , 则  $z$  的虚部为

(A)  $-2$ (B)  $2$ (C)  $-i$ (D)  $i$ 

2、已知向量  $a = (0, 1)$ ,  $b = (\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2})$ , 则  $\cos \langle a, b \rangle =$

(A)  $0$ (B)  $\frac{1}{2}$ (C)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (D)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ 

3、若  $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ , 且  $\alpha \in (\frac{\pi}{2}, \pi)$ , 则  $\tan(\frac{\pi}{4} - \alpha) =$

(A)  $-\frac{3}{4}$ (B)  $\frac{1}{7}$ (C)  $\frac{3}{4}$ (D)  $7$ 

4、在  $\triangle ABC$  中, 已知  $a = 2, A = \frac{\pi}{3}$ , 则下列说法正确的是

(A) 当  $b = 1$  时,  $\triangle ABC$  是锐角三角形(B) 当  $b = \frac{4\sqrt{3}}{3}$  时,  $\triangle ABC$  是直角三角形(C) 当  $b = \frac{7}{3}$  时,  $\triangle ABC$  是钝角三角形(D) 当  $b = \frac{5}{3}$  时,  $\triangle ABC$  是等腰三角形

5、已知  $a, b$  是非零向量, 则 “ $a \perp b$ ” 是 “对于任意的  $\lambda \in \mathbf{R}$ , 都有  $|a + \lambda b| = |a - \lambda b|$  成立的

(A) 充分不必要条件 (B) 必要不充分条件 (C) 充要条件 (D) 既不充分也不必要条件

## 二、填空题

6. 函数  $f(x) = \ln(1-x)$  的定义域是\_\_\_\_\_.

7. 在  $\triangle ABC$  中,  $a = 2, b = 2\sqrt{3}, A = \frac{\pi}{6}$ , 则  $B =$ \_\_\_\_\_.

8. 已知函数  $f(x) = \sin(x + \varphi)$ ,  $g(x) = |\cos x|$ , 给出下列四个结论:

① 对任意的  $\varphi \in \mathbf{R}$ , 函数  $y = f(x) + g(x)$  是周期函数;

② 存在  $\varphi_0 \in \mathbf{R}$ , 使得函数  $y = f(x) + g(x)$  在  $[0, \frac{\pi}{2}]$  上单调递减;

③ 存在  $\varphi_0 \in \mathbf{R}$ , 使得函数  $y = f(x)g(x)$  的图象既是轴对称图形, 又是中心对称图形;

④ 对任意的  $\varphi \in \mathbf{R}$ , 记函数  $F(x) = f(x)g(x)$  的最大值为  $M(\varphi)$ , 则  $M(\varphi) > \frac{1}{2}$ .

其中所有正确结论的序号是\_\_\_\_\_.

## 三、解答题

9. 已知  $\overrightarrow{OA} = \vec{a}, \overrightarrow{OB} = \vec{b}$ ,  $|\vec{a}| = \sqrt{2}, |\vec{b}| = 1$ ,  $\langle \vec{a}, \vec{b} \rangle = \frac{\pi}{4}$ .

(I) 求  $|\vec{a} - 2\vec{b}|$ ; (II) 若  $\overrightarrow{OQ} = t\overrightarrow{OA}$ , 求  $\overrightarrow{AQ} \cdot (\overrightarrow{OQ} - \overrightarrow{OB})$  的最小值.

10. 在  $\triangle ABC$  中,  $\cos 2A + \cos A = 0$ .

(I) 求  $A$  的大小;

(II) 若  $a = 7$ , 从条件①、条件②、条件③这三个条件中选择一个作为已知, 使得  $\triangle ABC$  存在且唯一确定, 求  $\triangle ABC$  最长边上的高线的长.

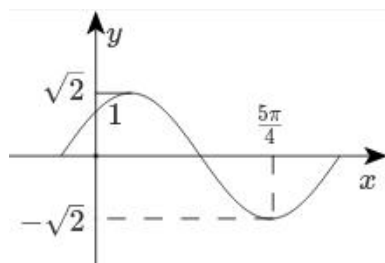
条件①:  $\sin C = \frac{5\sqrt{3}}{14}$ ; 条件②:  $\triangle ABC$  的面积为  $10\sqrt{3}$ ; 条件③:  $b = 10$ .

注: 如果选择的条件不符合要求, 第 (II) 问得 0 分; 如果选择多个符合要求的条件分别解答, 按第一个解答计分.

## 数学暑假作业（二）

月                  日                  星期                  实际作业时长

- 1、函数  $f(x) = A \sin(\omega x + \varphi)$  ( $A > 0, \omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$ ) 的部分图象如图所示，则其解析式为



- (A)  $f(x) = \sqrt{2} \sin(2x + \frac{\pi}{4})$   
 (B)  $f(x) = \sqrt{2} \sin(\frac{1}{2}x + \frac{\pi}{4})$   
 (C)  $f(x) = \sqrt{2} \sin(x + \frac{\pi}{3})$   
 (D)  $f(x) = \sqrt{2} \sin(x + \frac{\pi}{4})$

- 2、在  $\triangle ABC$  中，点  $D$  满足  $\overrightarrow{BD} = \lambda \overrightarrow{BC}$ 。若  $\overrightarrow{AD} = \frac{3}{4} \overrightarrow{AB} + \frac{1}{4} \overrightarrow{AC}$ ，则  $\lambda =$

- (A)  $\frac{1}{3}$                   (B)  $\frac{1}{4}$                   (C) 3                  (D) 4

3. 已知一个圆锥的底面半径为 1，其侧面积是底面积 2 倍，则圆锥的体积为 (      )

- A.  $\frac{\pi}{3}$                   B.  $\frac{\sqrt{3}\pi}{3}$                   C.  $\pi$                   D.  $\sqrt{3}\pi$

4. 已知  $f(x) = \sin(\omega x + \varphi)$  ( $\omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$ ) 的最小正周期为  $\pi$ ，若其图象向左平移  $\frac{\pi}{3}$  个单位长度后关于  $y$  轴对称，则 (      )

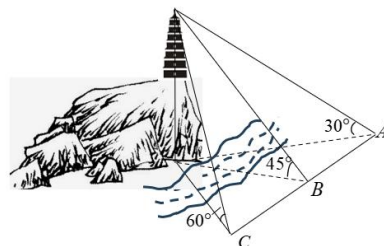
- A.  $\omega = 2, \varphi = \frac{\pi}{3}$     B.  $\omega = 2, \varphi = \frac{\pi}{6}$     C.  $\omega = 4, \varphi = \frac{\pi}{6}$     D.  $\omega = 2, \varphi = -\frac{\pi}{6}$

5. 已知向量  $\vec{a} = (2, -1)$ ,  $\vec{b} = (1, 3)$  则下列向量与  $2\vec{a} + \vec{b}$  平行的是 (      )

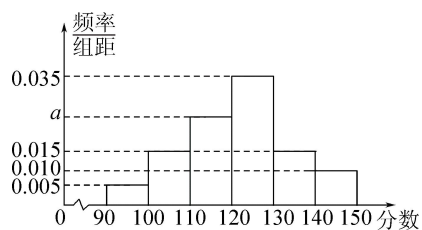
- A.  $(0, 2)$                   B.  $(2, \frac{2}{3})$                   C.  $(1, -2)$                   D.  $(-1, 3)$

### 二、填空题

6. 一名学生想测算某风景区山顶古塔的塔尖距离地面的高度，由于山崖下河流的阻碍，他只能在河岸边制定如下测算方案：他在河岸边设置了共线的三个观测点  $A, B, C$  (如图)，相邻两观测点之间的距离为 200m，并用测角仪器测得各观测点与塔尖的仰角分别为  $30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$ 。根据以上数据，该学生得到塔尖距离地面的高度为 \_\_\_\_\_ m.



7. 已知复数  $z = \frac{2+i}{2-i}$  ( $i$  为虚数单位)，则  $z$  的模为 \_\_\_\_\_.



8. 已知统计某校 1 000 名学生的某次数学水平测试成绩得到样本频率分布直方图如图所示, 则直方图中实数  $a$  的值是\_\_\_\_\_.

### 三、解答题

9. 已知函数  $f(x) = \sin(x - \frac{\pi}{6}) + \sin(x + \frac{\pi}{2})$ .

(I) 求  $f(0)$  的值和  $f(x)$  的零点; (II) 求  $f(x)$  的单调递增区间.

10. 设函数  $f(x) = \log_2(4^x + m) (m > -1)$ .

- (1) 当  $m = 0$  时, 求  $f(1)$  的值;
- (2) 判断  $f(x)$  在区间  $[0, +\infty)$  上的单调性, 并用函数单调性的定义证明你的结论;
- (3) 当  $x \in [0, +\infty)$  时,  $f(x)$  的最小值为 3, 求  $m$  的值.

# 数学暑假作业（三）

月

日

星期

实际作业时长

1. 已知正四棱锥的底面边长为 2，高为 3，则它的体积为( )

A. 2

B. 4

C. 6

D. 12

2. 向量  $\vec{a} = (2, 0)$ ,  $\vec{b} = (1, 2)$ , 则  $|\vec{a} - 2\vec{b}| =$  ( )

A. -4

B.  $\sqrt{13}$ 

C. 4

D. 13

3. 已知函数  $f(x) = \frac{1 + \sin 2x}{\sin x + \cos x}$ , 则下列直线中, 是函数  $f(x)$  对称轴的为

(A)  $x = 0$ (B)  $x = \frac{\pi}{6}$ (C)  $x = \frac{\pi}{4}$ (D)  $x = \frac{\pi}{2}$ 

4. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 点  $A(-1, \sqrt{3})$ , 点  $P(\cos \theta, \sin \theta)$ , 其中  $\theta \in [0, \frac{\pi}{2}]$ . 若

$$|\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OP}| = \sqrt{5}, \text{ 则 } \theta =$$

(A)  $\frac{\pi}{6}$ (B)  $\frac{\pi}{4}$ (C)  $\frac{\pi}{3}$ (D)  $\frac{\pi}{2}$ 

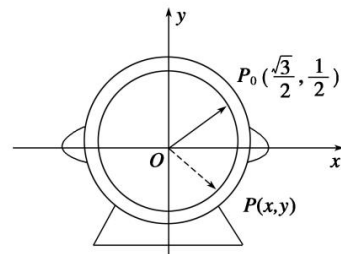
5. 如图, 为了研究钟表与三角函数的关系, 建立如图所示的坐标系, 设秒针尖位置  $P(x, y)$ . 若

初始位置为  $P_0\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$ , 当秒针从  $P_0$  (注此时  $t=0$ ) 正常开始走时, 那么点  $P$  的纵坐标  $y$

与时间  $t$  的函数关系为 ( )

A.  $y = \sin\left(\frac{\pi}{30}t + \frac{\pi}{6}\right)$  B.  $y = \sin\left(-\frac{\pi}{60}t - \frac{\pi}{6}\right)$

C.  $y = \sin\left(-\frac{\pi}{30}t + \frac{\pi}{6}\right)$  D.  $y = \sin\left(-\frac{\pi}{30}t - \frac{\pi}{6}\right)$



## 二、填空题

6. 在  $\triangle ABC$  中, 若  $a \sin B = kb$ , 则  $k$  的一个取值为\_\_\_\_\_; 当  $A = \frac{\pi}{2}$  时, 则  $k =$  \_\_\_\_\_.

7. 在锐角  $\triangle ABC$  中, 角  $A, B, C$  所对应的边分别为  $a, b, c$ , 若  $b = 2a \sin B$ , 则角  $A$  等于\_\_\_\_\_.

8. 梯形  $ABCD$  中,  $AB \parallel CD$ ,  $AB = 2$ ,  $AD = CD = 1$ ,  $\angle BAD = 90^\circ$ , 点  $P$  在线段  $BC$  上运动.

(1) 当点  $P$  与点  $C$  重合时,  $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{AP} =$  \_\_\_\_\_. (2)  $\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{BP}$  的最小值是\_\_\_\_\_.

## 三、解答题

9. 已知  $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ ,  $\cos\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{3}$ .

(1) 求  $\sin\alpha$  的值; (2) 若  $-\frac{\pi}{2} < \beta < 0$ ,  $\cos\left(\frac{\beta}{2} - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{3}}{3}$ , 求  $\alpha - \beta$  的值.

10. 在  $\triangle ABC$  中,  $c = 2b \cos B$ ,  $C = \frac{2\pi}{3}$ .

(1) 求  $\angle B$ ;

(2) 再从条件①、条件②、条件③这三个条件中选择一个作为已知, 使  $\triangle ABC$  存在且唯一确定, 求  $BC$  边上中线的长.

条件①:  $c = \sqrt{2}b$ ; 条件②:  $\triangle ABC$  的周长为  $4 + 2\sqrt{3}$ ; 条件③:  $\triangle ABC$  的面积为  $\frac{3\sqrt{3}}{4}$ .



# 数学暑假作业（四）

月

日

星期

实际作业时长

## 一、选择题

1. 若  $a > b$ ，则下列各式一定成立的是（ ）

- A.  $a^2 > b^2$       B.  $ac^2 > bc^2$       C.  $a^3 > b^3$       D.  $\frac{1}{a^2} < \frac{1}{b^2}$

2. 若角  $\theta$  满足  $\cos \theta < 0, \tan \theta < 0$ ，则角  $\theta$  是（ ）

- A. 第一象限角      B. 第二象限角      C. 第三象限角      D. 第四象限角

3. 下图为青岛五四广场主题钢雕塑，由艺术家黄震设计，名为“五月的风”。该雕塑以单纯简练的造型元素排列组合成旋转腾空的“风”，通体火红，寓意五四运动是点燃新民主主义革命的“火种”及青岛与五四运动的渊源。雕塑形状可视为有公共底面的两个相同圆锥的组合物体  $\Omega$ ，且圆锥的底面半径和圆锥的高均为 15 米，据此可知  $\Omega$  的表面积为（ ）



- A.  $223\sqrt{2}\pi$  平方米      B.  $450\sqrt{2}\pi$  平方米      C.  $675\sqrt{2}\pi$  平方米      D.  $900\sqrt{2}\pi$  平方米

4. 在  $\triangle ABC$  中，若  $c = 4$ ， $b - a = 1$ ， $\cos C = -\frac{1}{4}$ ，则  $\sin A$  为（ ）

- A.  $\frac{1}{8}$       B.  $\frac{\sqrt{15}}{8}$       C.  $\frac{1}{6}$       D.  $\frac{\sqrt{15}}{6}$

5. 已知  $\alpha \in (0, \pi)$ ， $\tan\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right) = 3$ ，则  $\sin \alpha =$ （ ）

- A.  $\frac{\sqrt{5}}{5}$       B.  $-\frac{\sqrt{5}}{5}$       C.  $\frac{2\sqrt{5}}{5}$       D.  $-\frac{2\sqrt{5}}{5}$

## 二、填空题

6. 已知复数  $z$  满足  $z + 1 - i = 0$ ，则  $z =$  \_\_\_\_\_， $\bar{z} =$  \_\_\_\_\_.

7. 在  $\triangle ABC$  中， $\angle C = \frac{\pi}{3}$ ， $CA = CB = 2$ ，点  $P$  满足  $\overrightarrow{CP} = 2\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{CB}$ ，则  $\overrightarrow{CP} \cdot \overrightarrow{CB} =$  \_\_\_\_\_.

8. 已知  $i$  是虚数单位，化简  $\frac{3+i}{1+2i}$  的结果为\_\_\_\_\_.

## 三、解答题

9、在  $\triangle ABC$  中,  $b^2 + c^2 - \frac{\sqrt{6}}{2}bc = a^2$ .

(1) 求  $\cos A$  的值; (2) 若  $B = 2A$ ,  $b = \sqrt{6}$ , 求  $a$  的值.

10、已知函数  $f(x) = \sqrt{3}\sin\omega x - \cos\omega x$  ( $0 < \omega < 3$ ), 再从条件①、条件②、条件③中选择一个作为已知:

条件①: 函数  $f(x)$  的图象经过点  $\left(\frac{\pi}{3}, 2\right)$ ; 条件②: 函数  $f(x)$  的图象相邻的两个对称轴之间的距离为  $\frac{\pi}{2}$ ; 条件③: 函数  $f(x)$  的图象可由函数  $g(x) = 2\sin 2x$  的图象平移得到.

(1) 求  $f(x)$  的解析式; (2) 若  $f(x)$  在区间  $\left[-\frac{\pi}{3}, m\right]$  上的最大值为 2, 求  $m$  的最小值.

注: 如果选择的条件不符合要求, 得 0 分; 如果选择条件①、条件②、条件③分别解答, 按第一个解答计分.

# 数学暑假作业（五）

月                  日                  星期                  实际作业时长

## 一、选择题

1. 将函数  $f(x) = \sin 2x$  的图象向右平移  $\varphi$  个单位长度后得到函数  $f(x) = \sin(2x - \frac{\pi}{3})$  的图象, 则  $\varphi$  的最小值是 (      )

- A.  $\frac{\pi}{6}$                   B.  $\frac{\pi}{3}$                   C.  $\frac{2\pi}{3}$                   D.  $\frac{5\pi}{6}$

2.  $\cos \frac{5\pi}{12} =$  (      )

- A.  $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$                   B.  $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$                   C.  $\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{4}$                   D.  $\frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}$

3. 在  $\triangle ABC$  中,  $b \sin C = c \cos B$ , 则  $\angle B =$  (      )

- A.  $\frac{\pi}{6}$                   B.  $\frac{\pi}{4}$                   C.  $\frac{\pi}{3}$                   D.  $\frac{\pi}{2}$

4. 在锐角  $\triangle ABC$  中,  $\cos B = \cos 2A$ , 则  $\frac{b}{a}$  的一个可能的取值为 (      )

- A. 1                  B. 1.5                  C. 1.8                  D. 2

5. 定义域为  $[a, b]$  的函数  $y = f(x)$  的图象的两个端点分别为  $A(a, f(a)), B(b, f(b))$ . 点  $M(x, y)$  是  $y = f(x)$  的图象上的任意一点, 其中  $x = \lambda a + (1-\lambda)b (0 \leq \lambda \leq 1)$ , 点  $N$  满足向量

$\overrightarrow{ON} = \lambda \overrightarrow{OA} + (1-\lambda)\overrightarrow{OB}$ , 点  $O$  为坐标原点. 若不等式  $|\overrightarrow{MN}| \leq k$  恒成立, 则称函数

$y = f(x)$  在  $[a, b]$  上为  $k$  函数. 已知函数  $f(x) = -x^2 + 2x$  在  $[0, 1]$  上为  $k$  函数, 则实数  $k$  的取值范围是

- (A)  $(0, +\infty)$                   (B)  $[\frac{1}{4}, +\infty)$                   (C)  $(\frac{1}{2}, +\infty)$                   (D)  $[1, +\infty)$

## 二、填空题

6. 在正方形  $ABCD$  中,  $E$  是  $AD$  的中点, 则  $(\overrightarrow{BE} + \overrightarrow{CE}) \cdot \overrightarrow{BC} =$  \_\_\_\_.

7. 函数  $f(x) = \sqrt{3} \sin x - \cos(x - \frac{\pi}{3})$ ,  $x \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$  的值域是 \_\_\_\_.

8. 已知  $a = 4^{0.1}, b = 2^{0.6}, c = \log_4 0.6$ , 则  $a, b, c$  的大小关系为 \_\_\_\_.

## 三、解答题

9、在  $\triangle ABC$  中， $2b \cos A + a = 2c$ ， $c = 8$ ， $\sin A = \frac{3\sqrt{3}}{14}$ 。

(I) 求  $\angle B$ ；(II) 求  $\triangle ABC$  的面积。

10、若点  $(x_0, y_0)$  在函数  $f(x)$  的图象上，且满足  $y_0 \cdot f(y_0) \neq 0$ ，则称  $x_0$  是  $f(x)$  的  $\xi$  点。函数  $f(x)$  的所有  $\xi$  点构成的集合称为  $f(x)$  的  $\xi$  集。

(I) 判断  $\frac{4\pi}{3}$  是否是函数  $f(x) = \tan x$  的  $\xi$  点，并说明理由；

(II) 若函数  $f(x) = \sin(\omega x + \varphi)$  ( $\omega > 0$ ) 的  $\xi$  集为  $R$ ，求  $\omega$  的最大值；

(III) 若定义域为  $R$  的连续函数  $f(x)$  的  $\xi$  集  $D$  满足  $D \subsetneq R$ ，求证： $\{x \mid f(x) = 0\} \neq \emptyset$ 。

## 数学暑假作业（六）

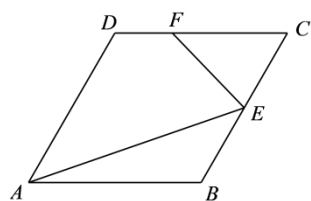
月                  日                  星期                  实际作业时长

1. 下列函数中，在其定义域上单调递增且值域为  $\mathbf{R}$  的是 (      )
- A.  $y = 2^x$       B.  $y = (x-1)^3$       C.  $y = x + \frac{1}{x}$       D.  $y = |\ln x|$
2. 设集合  $A = \left\{ \alpha \mid \alpha = k\pi + \frac{\pi}{2}, k \in \mathbf{Z} \right\}$ ，集合  $B = \left\{ \alpha \mid \alpha = 2k\pi \pm \frac{\pi}{2}, k \in \mathbf{Z} \right\}$ ，则  $A$  与  $B$  的关系为 (      )
- A.  $A = B$       B.  $A \subset B$       C.  $B \subset A$       D.  $A \cap B = \emptyset$
3. 在  $\triangle ABC$  中，若  $c = 4$ ， $b - a = 1$ ， $\cos C = -\frac{1}{4}$ ，则  $\sin A$  为 (      )
- A.  $\frac{1}{8}$       B.  $\frac{\sqrt{15}}{8}$       C.  $\frac{1}{6}$       D.  $\frac{\sqrt{15}}{6}$
4. 函数  $y = \sin^2 x$  的最小正周期与其图象的对称中心分别是 (      )
- A.  $2\pi, (k\pi + \frac{\pi}{4}, \frac{1}{2}) (k \in \mathbf{Z})$       B.  $2\pi, (k\pi + \frac{\pi}{4}, 0) (k \in \mathbf{Z})$
- C.  $\pi, (\frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}, \frac{1}{2}) (k \in \mathbf{Z})$       D.  $\pi, (\frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}, 0) (k \in \mathbf{Z})$
5. 已知向量  $a, b$  是两个单位向量，则“ $\langle a, b \rangle$  为锐角”是“ $|a - b| < \sqrt{2}$ ”的 (      )
- A. 充分不必要条件      B. 必要不充分条件      C. 充分必要条件      D. 既不充分也不必要条件

### 二、填空题

6. 在  $\triangle ABC$  中，已知  $AB=4$ ， $AC=7$ ， $BC$  边的中线  $AD=\frac{7}{2}$ ，那么  $BC=$ \_\_\_\_\_.
7. 在  $\triangle ABC$  中，角  $A, B, C$  所对的边分别为  $a, b, c$ ，若  $b \sin \frac{B+C}{2} = a \sin B$ ， $a = \sqrt{2}$ ，则  $\triangle ABC$  周长的最大值为\_\_\_\_\_.
8. 在  $\triangle ABC$  中， $a = 2, b = 2\sqrt{3}, A = \frac{\pi}{6}$ ，则  $B =$ \_\_\_\_\_.

## 三、解答题



9. 如图, 在菱形  $ABCD$  中,  $\overrightarrow{BE} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$ ,  $\overrightarrow{CF} = 2\overrightarrow{FD}$ .

(1) 若  $\overrightarrow{EF} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AD}$ , 求  $x$  和  $y$  的值;

(2) 若  $AB=3$ ,  $\angle BAD=60^\circ$ , 求  $\overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{EF}$  的值.

10. 在  $\triangle ABC$  中,  $b^2 + c^2 - a^2 = \frac{4\sqrt{2}}{3}bc$ .

(1) 求  $\cos A$  的值; (2) 若  $3c \sin A = \sqrt{2}a \sin B$ , 且  $\triangle ABC$  的面积  $S = 2\sqrt{2}$ , 求  $c$  的值.

## 数学暑假作业（七）

月                  日                  星期                  实际作业时长

1. 已知  $f(x) = \sin(\omega x + \phi)$  ( $\omega > 0$ ,  $|\phi| < \frac{\pi}{2}$ ) 的最小正周期为  $\pi$ , 若其图象向左平移  $\frac{\pi}{3}$  个单位长度后关于  $y$  轴对称, 则 (      )  
 A.  $\omega = 2, \phi = \frac{\pi}{3}$     B.  $\omega = 2, \phi = \frac{\pi}{6}$     C.  $\omega = 4, \phi = \frac{\pi}{6}$     D.  $\omega = 2, \phi = -\frac{\pi}{6}$
2. 声强级  $L_1$  (单位: dB) 由公式  $L_1 = 10 \lg \left( \frac{I}{10^{-12}} \right)$  给出, 其中  $I$  为声强 (单位:  $\text{W}/\text{m}^2$ ). 若平时常人交谈时的声强约为  $10^{-6} \text{W}/\text{m}^2$ , 则声强级为 (      )  
 A. 6dB                                  B. 12dB                                  C. 60dB                                  D. 600dB
3. 已知  $a > 0, b > 0$ , 则“ $a + b \leq 2$ ”是“ $ab \leq 1$ ”的 (      )  
 A. 充分不必要条件    B. 必要不充分条件    C. 充分必要条件    D. 既不充分也不必要条件
4. 已知函数  $f(x) = 2 \sin \omega x$  在区间  $[-\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{4}]$  上的最小值为  $-2$ , 则  $\omega$  的取值范围是 (      )  
 A.  $(-\infty, -\frac{9}{2}] \cup [6, +\infty)$                                   B.  $(-\infty, -\frac{9}{2}] \cup [\frac{3}{2}, +\infty)$   
 C.  $(-\infty, -2] \cup [6, +\infty)$                                   D.  $(-\infty, -2] \cup [\frac{3}{2}, +\infty)$
5. 底与腰 (或腰与底) 之比为黄金分割比  $(\frac{\sqrt{5}-1}{2})$  的等腰三角形称为黄金三角形, 其中顶角为  $36^\circ$  的黄金三角形被认为是最美的三角形. 据此可得  $\cos 216^\circ$  的值是 (      )  
 A.  $\frac{4+\sqrt{5}}{8}$                                   B.  $-\frac{1+\sqrt{5}}{4}$                                   C.  $-\frac{3+\sqrt{5}}{8}$                                   D.  $\frac{1-2\sqrt{5}}{4}$

### 二、填空题

6. 在  $\triangle ABC$  中, 角  $A, B, C$  的对边分别是  $a, b, c$ , 若  $a = \sqrt{3}$ , 且  $b^2 + c^2 = \sqrt{3}bc + a^2$ , 则  $\angle A =$  \_\_\_\_\_,  $\triangle ABC$  的面积最大值是 \_\_\_\_\_.
7.  $3^0 + 8^{\frac{2}{3}} =$  \_\_\_\_\_,  $\lg 6 - \lg \left( \frac{3}{5} \right) + \ln e^2 =$  \_\_\_\_\_.
8. 已知  $x_1, x_2$  是关于  $x$  的方程  $x^2 - mx + m^2 - 6 = 0$  的两个实根, 且  $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = -1$ , 则  $m =$  \_\_\_\_\_.

## 三、解答题

9. 已知函数  $f(x) = \cos 2x - 2\sin^2\left(x - \frac{\pi}{6}\right)$ .

(1) 求  $f\left(\frac{\pi}{2}\right)$  的值; (2) 求  $f(x)$  的对称轴;

(3) 若方程  $f(x) = -1$  在区间  $[0, m]$  上恰有一个解, 求  $m$  的取值范围.

10. 已知关于  $x$  不等式  $|x - a| \leq 2$  的解集  $A = \{x | 0 \leq x \leq 4\}$ , 集合  $B = \{x | m - 3 \leq x \leq m + 3\}$ .

(1) 求实数  $a$  的值;

(2) 从条件①、条件②这两个条件中选择一个作为已知, 求实数  $m$  的取值范围.

条件①:  $[-2, 4] \subseteq (A \cup B)$ ; 条件②:  $A \cap B = A$ .

注: 如果选择多个条件分别作答, 按第一个解答计分.



# 数学暑假作业（八）

月

日

星期

实际作业时长

1. 已知  $i$  是虚数单位, 则  $(1+i)(1-2i) =$  ( )

A.  $3+i$ B.  $3-i$ C.  $-1+i$ D.  $-1-i$ 

2. 已知向量  $\vec{a} = (2, -1)$ ,  $\vec{b} = (-1, 3)$ , 则下列向量与  $2\vec{a} + \vec{b}$  平行的是 ( )

A.  $(0, 2)$ B.  $(2, \frac{2}{3})$ C.  $(1, -2)$ D.  $(-1, 3)$ 

3. 已知角  $\alpha$  为第一象限角, 且  $\sin \frac{\alpha}{2} > \cos \frac{\alpha}{2}$ , 则  $\sin \frac{\alpha}{2}$  的取值范围是 ( )

A.  $(-\frac{\sqrt{2}}{2}, 0)$ B.  $(-1, -\frac{\sqrt{2}}{2})$ C.  $(0, \frac{\sqrt{2}}{2})$ D.  $(\frac{\sqrt{2}}{2}, 1)$ 

4. 已知函数  $f(x) = \frac{3^x - 1}{3^x + 1}$ , 有如下四个结论:

①函数  $f(x)$  在其定义域内单调递减; ②函数  $f(x)$  的值域为  $(0, 1)$ ;

③函数  $f(x)$  的图象是中心对称图形; ④方程  $f(x) = -x + 1$  有且只有一个实根.

其中所有正确结论的序号是 ( )

A. ①②

B. ②③

C. ①③

D. ③④

5. 在  $\triangle ABC$  中,  $a \cos A = b \cos B$ , 则  $\triangle ABC$  的形状是 ( )

A. 等腰直角三角形

B. 等腰三角形

C. 直角三角形

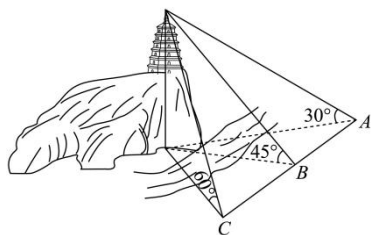
D. 等腰三角形或直角三角形

## 二、填空题

6. 已知圆柱的底面半径为 1, 高为 2, 则其侧面积为 \_\_\_\_.

7. 向量  $\vec{a} = (2, -1)$ ,  $\vec{b} = (2, t)$ ,  $\vec{a} \perp (t\vec{a} - \vec{b})$ , 则实数  $t =$  \_\_\_\_.

8. 一名学生想测算某风景区山顶上古塔的塔尖距离地面的高度, 由于山崖下河流的阻碍, 他只能在河岸边制定如下测算方案: 他在河岸边设置了共线的三个观测点  $A, B, C$  (如图), 相邻两观测点之间的距离为 200m, 并用测角仪器测得各观测点与塔尖的仰角分别为  $30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$ , 根据以上数据, 该学生得到塔尖距离地面的高度为 \_\_\_\_\_ m.



## 三、解答题

9、在 $\triangle ABC$ 中，内角 $A, B, C$ 所对的边分别为 $a, b, c$ ，且 $(b+c)(\sin B + \sin C) = a\sin A + 3b\sin C$ .

(1)求角 $A$ 的大小；

(2)若 $a = \sqrt{6}$ ，且 $\triangle ABC$ 的面积为 $\sqrt{3}$ ，求 $\triangle ABC$ 的周长.

10、已知函数 $f(x) = \cos 2x - 2\sin^2\left(x - \frac{\pi}{6}\right)$ .

(1)求 $f\left(\frac{\pi}{2}\right)$ 的值； (2)求 $f(x)$ 的对称轴；

(3)若方程 $f(x) = -1$ 在区间 $[0, m]$ 上恰有一个解，求 $m$ 的取值范围.

# 数学暑假作业（九）

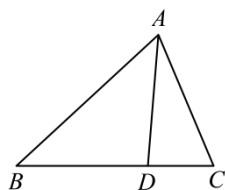
月 日 星期 实际作业时长

## 一、选择题

- 复数  $i \cdot (3+i)$  的虚部是 ( )  
(A) 1 (B) 3 (C) -1 (D) -3
- 已知向量  $a = (-1, 1)$ ，则下列向量中与  $a$  平行的单位向量是 ( )  
(A)  $(\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2})$  (B)  $(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2})$  (C)  $(1, -1)$  (D)  $(1, 1)$
- 已知  $\alpha \in (0, \pi)$ ， $\tan(\alpha - \frac{\pi}{4}) = 3$ ，则  $\sin \alpha =$  ( )  
A.  $\frac{\sqrt{5}}{5}$  B.  $-\frac{\sqrt{5}}{5}$  C.  $\frac{2\sqrt{5}}{5}$  D.  $-\frac{2\sqrt{5}}{5}$
- 已知一个圆锥的底面半径为 1，其侧面积是底面积 2 倍，则圆锥的体积为 ( )  
A.  $\frac{\pi}{3}$  B.  $\frac{\sqrt{3}\pi}{3}$  C.  $\pi$  D.  $\sqrt{3}\pi$
- 已知等腰  $\triangle ABC$  中， $|AB| = |AC| = 3$ ， $|BC| = 4$ ，点  $P$  是边  $BC$  上的动点，则  $\overrightarrow{AP} \cdot (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$  ( )  
A. 为定值 10 B. 为定值 5 C. 不为定值，与点  $P$  位置有关 D. 为定值 12

## 二、填空题

- 已知集合  $A = \{x | -2 < x < 0\}$ ，集合  $B = \{x | 0 \leq x \leq 1\}$ ，则  $A \cup B =$ \_\_\_\_\_.
- 如图，在  $\triangle ABC$  中， $D$  是边  $BC$  上一点， $AD = BD = 4$ ， $CD = 2$ ， $AC = 3\sqrt{2}$ ，则  $\cos \angle ADC =$ \_\_\_\_\_； $\triangle ABD$  的面积为\_\_\_\_\_.



- 某学校想了解高一学生社会实践项目的选择意向，采用分层抽样的方式抽取 100 人进行问卷调查. 已知高一年级有 270 名男生，从男生中抽取了 60 名，则该校高一年级共有学生

## 三、解答题

9. 已知角  $\alpha$  的顶点在坐标原点，始边与  $x$  轴的非负半轴重合，终边经过点  $P\left(-\frac{3}{5}, \frac{4}{5}\right)$ .

(1) 求  $\sin \alpha + \cos \alpha$  和  $\sin 2\alpha$  的值； (2) 求  $\tan\left(2\alpha - \frac{\pi}{4}\right)$  的值.

10. 已知函数  $f(x) = 2ax^2 - ax - 1, a \in \mathbb{R}$ .

(1) 当  $a = 1$  时，解不等式  $f(x) < 0$ ；

(2) 若命题“ $\forall x \in \mathbb{R}$ ，不等式  $f(x) < 0$  恒成立”是假命题，求实数  $a$  的取值范围.

# 数学暑假作业 (十)

月

日

星期

实际作业时长

## 一、选择题

1 已知某 7 个数的平均数为 4, 方差为 2, 现加入一个新数据 4, 此时这 8 个数的平均数为  $\bar{x}$ ,

方差为  $s^2$ , 则 ( )

A.  $\bar{x} = 4, s^2 < 2$  B.  $\bar{x} = 4, s^2 = 2$  C.  $\bar{x} > 4, s^2 < 2$  D.  $\bar{x} > 4, s^2 > 2$

2. 若  $\tan \alpha = -\frac{5}{12}$ ,  $\cos \alpha > 0$ , 则  $\sin \alpha =$  ( )

(A)  $\frac{12}{13}$  (B)  $\frac{5}{13}$  (C)  $-\frac{12}{13}$  (D)  $-\frac{5}{13}$

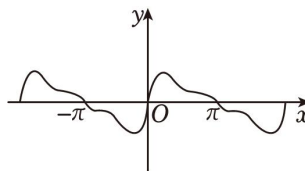
3. 已知  $\tan(\alpha - \frac{\pi}{4}) = 2$ , 则  $\tan \alpha$  的值为 ( )

(A) 3 (B) 1 (C) -3 (D) -1

4. 在  $\triangle ABC$  中,  $\overrightarrow{AD} = \frac{3}{2}\overrightarrow{DC}$ ,  $P$  是直线  $BD$  上的一点, 若  $\overrightarrow{AP} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + t\overrightarrow{AC}$ , 则实数  $t$  的值为 ( )

A.  $\frac{1}{5}$  B.  $\frac{2}{5}$  C.  $\frac{3}{5}$  D.  $\frac{4}{5}$

5. 数学与音乐有着紧密的关联, 我们平时听到的乐音一般来说并不是纯音, 而是由多种波叠加而成的复合音. 如图为某段乐音的图象, 则该段乐音对应的函数解析式可以为 ( )



A.  $y = \sin x + \frac{1}{2}\sin 2x + \frac{1}{3}\sin 3x$  B.  $y = \sin x - \frac{1}{2}\sin 2x - \frac{1}{3}\sin 3x$

C.  $y = \sin x + \frac{1}{2}\cos 2x + \frac{1}{3}\cos 3x$  D.  $y = \cos x + \frac{1}{2}\cos 2x + \frac{1}{3}\cos 3x$

## 二、填空题

6. 在  $\triangle ABC$  中, 若  $a=2, b+c=7, \cos B = -\frac{1}{4}$ , 则  $b=$ \_\_\_\_\_

7. 已知角  $\alpha \in \left(\pi, \frac{3}{2}\pi\right)$ , 若  $\sin(\pi + \alpha) = \frac{1}{2}$ , 则  $\alpha =$ \_\_\_\_\_;  $\sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) =$ \_\_\_\_\_.

8.  $\triangle ABC$  的内角  $A, B, C$  的对边分别为  $a, b, c$ . 已知  $b\sin A + a\cos B = 0$ , 则  $B =$ \_\_\_\_\_.

## 三、解答题

9. 已知函数  $f(x) = 2\cos^2 x + \sqrt{3}\sin 2x + a, x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ . 从条件①、条件②这两个条件中选择一个作为已知.

(1) 求  $a$  的值; (2) 求  $f(x)$  的最小值, 以及取得最小值时  $x$  的值.

条件①:  $f(x)$  的最大值为 6; 条件②:  $f(x)$  的零点为  $\frac{\pi}{2}$ .

注: 如果选择条件①和条件②分别解答, 按第一个解答计分.

10. 已知函数  $f(x) = A\sin(\omega x + \varphi)$  ( $A > 0, \omega > 0, 0 < \varphi < \pi$ ) 的一个对称中心到其相邻的对称轴的距离为  $\frac{\pi}{3}$ , 且图像上一个最低点为  $M\left(\frac{5\pi}{6}, -\sqrt{2}\right)$ .

(1) 求  $f(x)$  的解析式;

(2) 若当  $x \in \left(-\frac{\pi}{3}, \pi\right)$  时方程  $f(x) + m = 0$  有唯一实根, 求  $m$  的范围.

# 数学暑假作业（十一）

月 日 星期 实际作业时长

- (4分) 已知角 $\alpha$ 的终边经过点 $P(-1, 2)$ , 则 $\sin\alpha =$  ( )  
 A.  $\frac{\sqrt{5}}{5}$       B.  $\frac{2\sqrt{5}}{5}$       C.  $-2$       D.  $-\frac{1}{2}$
- (4分) 已知向量 $\vec{a} = (1, t)$ ,  $\vec{b} = (-2, 1)$ , 若 $\vec{a} \parallel \vec{b}$ , 则 $t =$  ( )  
 A.  $-2$       B.  $-\frac{1}{2}$       C.  $2$       D.  $\frac{1}{2}$
- (4分) 下列函数的最小正周期为 $\pi$ 且为奇函数的是 ( )  
 A.  $y = \cos 2x$       B.  $y = \tan 2x$       C.  $y = |\sin x|$       D.  $y = \cos(\frac{\pi}{2} + 2x)$
- 已知向量 $\vec{a} = (1, \sqrt{3})$ , 向量 $\vec{b}$ 为单位向量, 且 $\vec{a} \cdot \vec{b} = 1$ , 则 $|2\vec{b} - \vec{a}| =$  ( )  
 (A)  $\sqrt{2}$       (B)  $\sqrt{3}$       (C)  $2$       (D)  $3$
- 下列函数中, 既是偶函数又是周期为 $\pi$ 的函数为 ( )  
 (A)  $y = \sin x$       (B)  $y = \cos x$       (C)  $y = \sin 2x$       (D)  $y = \cos 2x$

## 二、填空题

- 设 $a > 1$ 且 $b > 1$ ,  $\log_2 a \cdot \log_2 b = 1$ , 则 $\log_2(ab)$ 的最小值为\_\_\_\_\_.
- 设函数 $f(x)$ 的定义域为 $I$ , 如果 $\forall x \in I$ , 都有 $-x \in I$ , 且 $f(-x) = f(x)$ , 已知函数 $f(x)$ 的最大值为2, 则 $f(x)$ 可以是\_\_\_\_\_.
- 已知函数 $f(x) = \frac{\sin \pi x}{x^2 - x}$ , 给出下列四个结论:  
 ①  $f(x)$  存在无数个零点;    ②  $f(x)$  在 $(1, +\infty)$ 上有最大值;    ③ 若 $f(2023.7) = a$ , 则 $f(-2022.7) = a$ ;    ④ 区间 $(\frac{1}{2}, 1)$ 是 $f(x)$ 的单调递减区间. 其中所有正确结论的序号为\_\_\_\_\_.

## 三、解答题

- 设 $\vec{a}, \vec{b}$ 是不共线的两个向量. (1) 若 $\vec{AB} = 2\vec{a} - \vec{b}$ ,  $\vec{BC} = \vec{a} + \vec{b}$ ,  $\vec{CD} = \vec{a} - 2\vec{b}$ , 求证:  $A, B, D$ 三点共线; (2) 若 $8\vec{a} + k\vec{b}$ 与 $k\vec{a} + 2\vec{b}$ 共线, 求实数 $k$ 的值.

10. 已知函数  $f(x) = 2\sin(2x - \frac{\pi}{3})$ .

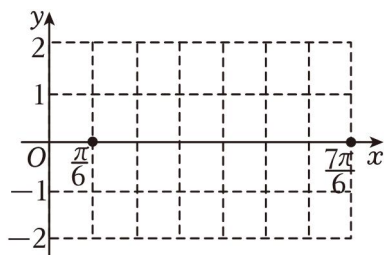
(1) 某同学利用五点法画函数  $f(x)$  在区间  $[-\frac{\pi}{6}, \frac{7\pi}{6}]$  上的图象, 他列出表格, 并填入了部分数据, 请你帮他补全表格, 并在坐标系中画出图象;

(2) 已知函数  $g(x) = f(\omega x)$  ( $\omega > 0$ ).

① 若函数  $g(x)$  的最小正周期为  $\frac{2\pi}{3}$ , 求  $g(x)$  的单调递增区间;

② 若函数  $g(x)$  在  $[0, \frac{\pi}{3}]$  上无零点, 求  $\omega$  的取值范围 (直接写出结论).

$x$	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{5\pi}{12}$		$\frac{11\pi}{12}$	$\frac{7\pi}{6}$
$2x - \frac{\pi}{3}$	0		$\pi$	$\frac{3\pi}{2}$	$2\pi$
$f(x)$	0	2	0		0





# 数学暑假作业（十二）

月 日 星期 实际作业时长

1. 已知扇形的圆心角为  $2rad$ ，所对的弦长为 4，则扇形的面积为 ( )

- A.  $2\sin 1$       B.  $4\sin^2 1$       C.  $\frac{2}{\sin 1}$       D.  $\frac{4}{\sin^2 1}$

2. 函数  $f(x) = \sin x + \sin(x + \frac{\pi}{2})$  的最大值为 ( )

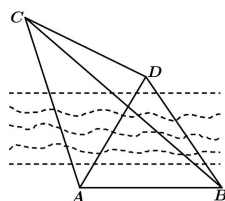
- (A) 1      (B)  $\sqrt{2}$       (C)  $\sqrt{3}$       (D) 2

3. 在  $\triangle ABC$  中，“ $\sin A = \sin B$ ”是“ $A = B$ ”的 ( )

- (A) 充分不必要条件 (B) 必要不充分条件 (C) 充要条件 (D) 既不充分也不必要条件

4. 为了测量河对岸两点  $C, D$  间的距离，现在沿岸相距  $2\text{km}$  的两点  $A, B$  处分别测得

$\angle BAC = 105^\circ$ ,  $\angle BAD = 60^\circ$ ,  $\angle ABC = 45^\circ$ ,  $\angle ABD = 60^\circ$ ，则  $C, D$  间的距离为 ( )



- A.  $\sqrt{2}$       B. 2  
C.  $4\sqrt{2}$       D. 4

5. 线段的黄金分割点定义：若点  $C$  在线段  $AB$  上（点  $C$  靠近  $B$  点），且满足  $AC^2 = BC \cdot AB$ ，

则称点  $C$  为线段  $AB$  的黄金分割点. 在  $\triangle ABC$  中， $AB = AC$ ， $A = 36^\circ$ ，若角  $B$  的平分线交边

$AC$  于点  $D$ ，则点  $D$  为边  $AC$  的黄金分割点. 利用上述结论，可以求出  $\cos 36^\circ =$  ( )

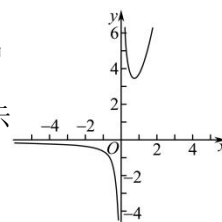
- A.  $\frac{\sqrt{5}-1}{4}$       B.  $\frac{\sqrt{5}+1}{4}$       C.  $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$       D.  $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$

## 二、填空题

6. 已知下列五个函数： $y = x$ ,  $y = \frac{1}{x}$ ,  $y = x^2$ ,  $y = \ln x$ ,  $y = e^x$ ，从中选出

两个函数分别记为  $f(x)$  和  $g(x)$ ，若  $F(x) = f(x) + g(x)$  的图象如图所示

则  $F(x) =$  \_\_\_\_\_.



7. 在平面直角坐标系  $xOy$  中，点  $A(2\cos\alpha, 2\sin\alpha)$ ，

$B(\cos(\alpha + \frac{\pi}{3}), \sin(\alpha + \frac{\pi}{3}))$ ，则  $\triangle OAB$  的面积为\_\_\_\_\_.

8. 在  $\triangle ABC$  中， $c = 8$ ， $\angle B = 30^\circ$ ，请给出一个  $b$  的值，使得满足条件的三角形恰有两个，

则  $b$  的一个值是\_\_\_\_\_.

## 三、解答题

9. 已知  $A(-2, 1)$ ,  $B(2, 0)$ ,  $D(0, 3)$ , 且  $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD}$ ,  $AC$  与  $BD$  相交于点  $P$ .

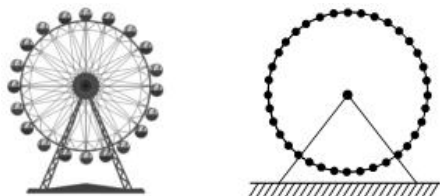
(1) 求点  $C$  和点  $P$  的坐标; (2) 求  $|\overrightarrow{AC}|$ .

10. 摩天轮是一种大型转轮状的机械建筑设施, 游客坐在摩天轮的座舱里慢慢往上转, 可以从高处俯瞰四周景色. 位于滨海的“渤海之眼”摩天轮是世界上最大的无轴摩天轮, 该摩天轮轮盘直径为 124 米, 设置有 36 个座舱. 游客在座舱转到距离地面最近的位置进舱, 当到达最高点距地面 145 米时大约需要 15 分钟. 当游客甲坐上摩天轮的座舱开始计时.

(1) 经过  $t$  分钟后游客甲距离地面的高度为  $H$  米, 已知  $H$  关于  $t$  的函数关系式满足  $H(t) = A \sin(\omega t + \varphi) + B$  (其中  $A > 0$ ,  $\omega > 0$ ,  $|\varphi| \leq \frac{\pi}{2}$ ), 求摩天轮转动一周的解析式  $H(t)$ ;

(2) 游客甲坐上摩天轮后多长时间, 距离地面的高度第一次恰好达到 52 米?

(3) 若游客乙在游客甲之后进入座舱, 且中间间隔 5 个座舱, 从游客甲坐上摩天轮后开始计时, 多长时间游客乙和游客甲距离地面的高度首次恰好相同?



# 数学暑假作业（十三）

月 日 星期 实际作业时长

## 一、选择题

1.  $\sin 300^\circ =$  ( )

- A.  $\frac{1}{2}$       B.  $-\frac{1}{2}$       C.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$       D.  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

2. 复数的  $z = \frac{1}{i-1}$  模为 ( )

- A.  $\frac{1}{2}$       B.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$       C.  $\sqrt{2}$       D. 2

3. 已知  $|\overrightarrow{AB}|=1$ ,  $|\overrightarrow{AC}|=2$ ,  $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AC}=4$ , 则  $|\overrightarrow{BD}|$  的最小值为 ( )

- (A) 1      (B)  $\sqrt{2}$       (C)  $\sqrt{3}$       (D) 2

4. 要得到函数  $y=\sin 2x$  的图象, 只需将函数  $y=\sin(2x+\frac{\pi}{4})$  的图象 ( )

- A. 向左平移  $\frac{\pi}{4}$  个单位      B. 向右平移  $\frac{\pi}{4}$  个单位  
C. 向左平移  $\frac{\pi}{8}$  个单位      D. 向右平移  $\frac{\pi}{8}$  个单位

5 某校海洋研学小组的同学为了研究海水质点在竖直方向上的运动情况, 通过数据采集和分析, 同学们发现海水质点在某一时间段相对于海平面的位移  $y$  (米) 与时间  $t$  (秒) 的关系近似满足  $y = \sin(\omega t + \varphi)$ ,  $t \in [0, 8]$ , 其中常数  $\omega > 0, |\varphi| < \pi$ . 经测定, 在  $t = 2$  秒时该质点第一次到达波峰, 在  $t = 8$  秒时该质点第三次到达波峰. 在  $t \in [0, 8]$  时, 该质点相对于海平面的位移不低于 0.5 米的总时长为

- (A)  $\frac{3}{2}$  秒      (B) 2 秒      (C)  $\frac{5}{2}$  秒      (D) 3 秒

## 二、填空题

6 在复平面内, 复数  $z$  对应的点的坐标是 (1, 2), 则  $\frac{z}{i} =$  \_\_\_\_\_.

7. 已知  $A(0, 1), B(3, -2)$ , 且  $\overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{CB}$ , 则  $\overrightarrow{AC}$  的坐标为 \_\_\_\_\_.

8. 若  $\tan \alpha = 2$ , 则  $\frac{\sin \alpha}{\sin \alpha + 2 \cos \alpha} =$  \_\_\_\_\_.

## 三、解答题

9 已知集合  $A = \{x \mid |x-1| < 2\}$ ,  $B = \{x \mid m < x < 2m+3\}$

(1) 求集合 A 中的所有整数;

(2) 若  $(\complement_{\mathbb{R}} A) \cap B = \emptyset$ , 求实数  $m$  的取值范围.

10. 高考英语考试分为两部分, 一部分为听说考试, 满分 50 分, 一部分为英语笔试, 满分 100 分. 英语听说考试共进行两次, 若两次都参加, 则取两次考试的最高成绩作为听说考试的最终得分, 如果第一次考试取得满分, 就不再参加第二次考试. 为备考英语听说考试, 李明每周都进行英语听说模拟考试训练, 下表是他在第一次听说考试前的 20 次英语听说模拟考试成绩. 假设: ①模拟考试和高考难度相当; ②高考的两次听说考试难度相当; ③若李明在第一次考试未取得满分后能持续保持听说训练, 到第二次考试时, 听说考试取得满分的概率可以达到  $\frac{1}{2}$ .

46	50	47	48	49	50	50	47	48	47
48	49	50	49	50	50	48	50	49	50

(1) 设事件 A 为“李明第一次英语听说考试取得满分”, 用频率估计事件 A 的概率;

(2) 基于题干中假设, 估计李明英语高考听说成绩为满分的概率的最大值.

# 数学暑假作业（十四）

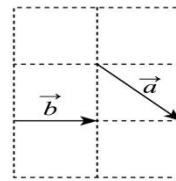
月

日

星期

实际作业时长

1. 平面向量  $\vec{a}, \vec{b}$  在正方形网格中的位置如图所示, 若网格中每个小正方形的边长均为 1, 则  $\vec{a} \cdot \vec{b} =$  ( )



- A. -2                      B. 0                      C. 1                      D. 2

2. 在  $\triangle ABC$  中, 若  $a^2 + b^2 - c^2 = kab$ , 则实数  $k$  的取值范围是 ( )

- A.  $(-2, 2)$                       B.  $(-1, 1)$                       C.  $(-1/2, -1/2)$                       D.  $(0, 1)$

3. 在  $\triangle ABC$  中, 若  $a=8, b=7, \cos C = \frac{13}{14}$ , 则最大角的余弦是 ( )

- A. -1/5                      B. -1/6                      C. -1/7                      D. -1/8

4. 若  $\alpha$  为第二象限角, 且  $\sin \alpha = \frac{1}{3}$ , 则  $\sin 2\alpha =$  ( )

- A.  $-\frac{7}{9}$                       B.  $\frac{7}{9}$                       C.  $\frac{2}{3}$                       D.  $-\frac{4\sqrt{2}}{9}$

5. 已知函数  $f(x) = |\sin x + a|$ , 给出下列四个结论:

- ①对任意  $a \in \mathbf{R}$ , 函数  $f(x)$  的最大值与最小值, 之差为 2; ②存在  $a \in \mathbf{R}$ , 使得对任意  $x \in \mathbf{R}$ ,  $f(x) + f(-x) = 2a$ ; ③当  $a \neq 0$  时, 对任意非零实数  $x$ ,  $f(x + \frac{\pi}{2}) = f(\frac{\pi}{2} - x)$ ; ④当  $a = 0$  时, 存在  $T \in (0, \pi)$ , 存在  $x_0 \in \mathbf{R}$ , 使得对任意  $n \in \mathbf{Z}$  都有  $f(x_0) = f(x_0 + nT)$ .

其中正确的是 ( )

- A. ①②③                      B. ②③                      C. ③④                      D. ②③④

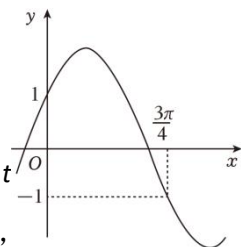
## 二、填空题

6. 已知  $\theta$  为第三象限角, 且  $\sin \theta = -\frac{2}{3}$ ,  $\sin(\theta + \pi) =$  \_\_\_\_\_.

7. 已知  $O$  为坐标原点,  $A(3, -6)$ ,  $B(-5, 2)$ ,  $\vec{OC} = \frac{1}{2}(\vec{OA} + \vec{OB})$ ,

则  $C$  点坐标 \_\_\_\_\_.

8. 已知函数  $f(x) = 2\sin(\omega x + \varphi)$  的部分图象如图所示.



- ①函数  $f(x)$  的最小正周期为 \_\_\_\_\_; ②将函数  $f(x)$  的图象向左平移  $t$  ( $t > 0$ ) 个单位长度, 得到函数  $g(x)$  的图象. 若函数  $g(x)$  为偶函数, 则  $t$  的最小值是 \_\_\_\_\_.

## 三、解答题

9、在平面直角坐标系  $xOy$  中，已知点  $A(1,0), B(3,2), C(2,5)$ ，点  $P$  满足  $\overrightarrow{AP} = \lambda \overrightarrow{AB} + \mu \overrightarrow{AC}$ 。

(I) 当  $\lambda=1, \mu=-1$  时，求点  $P$  的坐标；(II) 若  $AP \perp BC$ ，求  $\frac{\lambda}{\mu}$  的值。

10、已知函数  $f(x) = \sin(x + \frac{\pi}{6})\cos x + \sin(\frac{\pi}{3} - x)\sin x$ 。

(I) 求  $f(\frac{\pi}{3})$  的值；(II) 求  $f(x)$  的单调递增区间；

(III) 将函数  $f(x)$  图象上的所有点向右平移  $m(m > 0)$  个单位长度，得到函数  $g(x)$  的图象，使得直线  $x = \pi$  是函数  $g(x)$  图象的一条对称轴，求  $m$  的最小值。

# 数学暑假作业（十五）

月

日

星期

实际作业时长

1. 在复平面内, 复数  $z$  对应的点在第三象限, 则复数  $z \cdot (1+i)^{2024}$  对应的点在 ( )

- A. 第一象限      B. 第二象限      C. 第三象限      D. 第四象限

2. 已知正四棱锥的底面边长为 2, 高为 3, 则它的体积为 ( )

- A. 2      B. 4      C. 6      D. 12

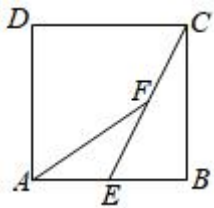
3.  $\cos 14^\circ \cos 16^\circ - \cos 76^\circ \sin 16^\circ$  的值是 ( )

- A.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$       B.  $\frac{1}{2}$       C.  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$       D.  $-\frac{1}{2}$

4. 已知向量  $\vec{m} = (a, -2)$ ,  $\vec{n} = (a, 8)$ , 则“ $a = -4$ ”是“ $\vec{m} \perp \vec{n}$ ”的 ( )

- A. 充分而不必要条件      B. 必要而不充分条件  
C. 充要条件      D. 既不充分也不必要条件

5. 如图所示, 在正方形  $ABCD$  中,  $E$  为  $AB$  的中点,  $F$  为  $CE$  的中点, 则  $\vec{AF} =$  ( )



A.  $\frac{3}{4}\vec{AB} + \frac{1}{4}\vec{AD}$

B.  $\frac{1}{4}\vec{AB} + \frac{3}{4}\vec{AD}$

C.  $\frac{1}{2}\vec{AB} + \vec{AD}$

D.  $\frac{3}{4}\vec{AB} + \frac{1}{2}\vec{AD}$

## 二、填空题

6. 计算:  $(\sqrt{2})^0 + \left(\frac{1}{16}\right)^{\frac{1}{2}} =$  \_\_\_\_\_.

7. 已知  $f(x) = \begin{cases} 2^x - 1, & x < 0 \\ x^2 - ax, & x \geq 0 \end{cases}$ , 当  $a = 2$  时,  $f(x)$  的单调减区间为 \_\_\_\_\_; 若  $f(x)$  存在最小值, 则实数  $a$  的取值范围是 \_\_\_\_\_.

8.  $f(x) = \cos\left(\omega x + \frac{\pi}{4}\right)$  ( $\omega > 0$ ) 在区间  $[0, \pi]$  上有且仅有 3 个对称中心, 给出下列四个结论:

①  $\omega$  的取值范围是  $\left[\frac{9}{4}, \frac{13}{4}\right)$ ; ②  $f(x)$  的最小正周期可能是  $\frac{2}{3}\pi$ ;

③  $f(x)$  在区间  $\left[0, \frac{\pi}{16}\right]$  上单调递减; ④  $f(x)$  在区间  $(0, \pi)$  上有且仅有 3 条对称轴;

其中所有正确结论的序号是 \_\_\_\_\_.

## 三、解答题

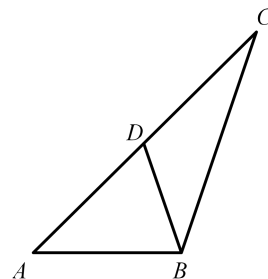
9. 已知  $\alpha, \beta$  为锐角,  $\sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{10}, \tan(\alpha + \beta) = \frac{1}{2}$ .

(1) 求  $\tan \alpha$  和  $\tan \beta$  的值; (2) 求  $\alpha + 2\beta$  的值.

10. 如图所示, 已知  $\triangle ABC$  中,  $D$  为  $AC$  上一点,  $\angle A = \frac{\pi}{4}$ ,  $AB = 4$ ,  $BD = \sqrt{10}$ ,  $AD > AB$ .

(I) 求  $\sin \angle ADB$ ;

(II) 若  $\sin \angle BDC = 2 \sin \angle C$ , 求  $DC$  的长.





# 数学暑假作业（十六）

月 日 星期 实际作业时长

- “ $\sin\theta + \tan\theta > 0$ ”是“ $\theta$ 为第一或第三象限角”的（ ）  
 A. 充分而不必要条件 B. 必要而不充分条件 C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件
- 函数  $f(x) = \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) - \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$  是（ ）  
 A. 最小正周期为  $\pi$  的偶函数 B. 最小正周期为  $2\pi$  的偶函数  
 C. 最小正周期为  $\pi$  的奇函数 D. 最小正周期为  $2\pi$  的奇函数
- 在  $\triangle ABC$  中，角  $A, B, C$  所对的边分别为  $a, b, c$ ，若  $b = 5, C = 60^\circ$ ，且  $\triangle ABC$  的面积为  $5\sqrt{3}$ ，则  $\triangle ABC$  的周长为  
 A.  $8 + \sqrt{21}$  B.  $9 + \sqrt{21}$  C.  $10 + \sqrt{21}$  D. 14
- 在  $\triangle ABC$  中， $\frac{c-a}{2c} = \sin^2 \frac{B}{2}$  ( $a, b, c$  分别为角  $A, B, C$  的对边)，则  $\triangle ABC$  的形状为  
 A. 直角三角形 B. 等边三角形 C. 等腰三角形或直角三角形 D. 等腰直角三角形
- 已知向量  $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}$  不共线， $\overrightarrow{BM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BA}$ ，则向量  $\overrightarrow{OM} =$ （ ）  
 A.  $\frac{1}{3}\overrightarrow{OA} - \frac{4}{3}\overrightarrow{OB}$  B.  $\frac{2}{3}\overrightarrow{OA} + \frac{1}{3}\overrightarrow{OB}$  C.  $\frac{1}{3}\overrightarrow{OA} - \frac{2}{3}\overrightarrow{OB}$  D.  $\frac{1}{3}\overrightarrow{OA} + \frac{2}{3}\overrightarrow{OB}$

## 二、填空题

- 函数  $f(x) = \lg(x+1)$  的定义域为\_\_\_\_\_。
- 若  $x > 1$ ，则  $x + \frac{1}{x-1}$  的最小值是\_\_\_\_\_。
- 在平面直角坐标系  $xOy$  中，角  $\alpha$  与角  $\beta$  均以  $Ox$  为始边，若角  $\alpha$  的终边经过点  $P\left(-\frac{4}{5}, \frac{3}{5}\right)$ ，角  $\beta$  的终边与角  $\alpha$  的终边关于原点对称，则  $\sin \alpha =$ \_\_\_\_\_， $\cos \beta =$ \_\_\_\_\_。

## 三、解答题

- 已知集合  $A = \{x \mid x^2 - 3x - 4 \leq 0\}, B = \{x \mid x - a > 0\}$ 。  
 (1) 当  $a = 4$  时，求  $A \cup B$ ； (2) 若  $A \cap (\complement_{\mathbb{R}} B) = \emptyset$ ，求实数  $a$  的取值范围。

10. 设函数  $f(x) = 2\cos^2 \omega x + 2\sqrt{3} \sin \omega x \cos \omega x + m (\omega > 0)$ ，且  $f(0) = 1$ 。

(1) 求  $m$  的值；

(2) 再从条件①、条件②、条件③这三个条件中选择一个作为已知，使函数  $f(x)$  存在，求  $\omega$  的值及  $f(x)$  的零点。

条件①：  $f(x)$  是奇函数；条件②：  $f(x)$  图象的两条相邻对称轴之间的距离是  $\pi$ ；

条件③：  $f(x)$  在区间  $\left[0, \frac{\pi}{6}\right]$  上单调递增，在区间  $\left[\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}\right]$  上单调递减。

注：如果选择的条件不符合要求，第 (2) 问得 0 分；如果选择多个符合要求的条件分别解答，按第一个解答计分。

# 数学暑假作业（十七）

月

日

星期

实际作业时长

1. 下列结论正确的是 ( )

A. 若  $a > b, c < 0$ , 则  $a + c < b + c$       B. 若  $\sqrt{a} < \sqrt{b}$ , 则  $a < b$ C. 若  $a > b$ , 则  $ac^2 > bc^2$       D. 若  $a^2 > b^2$ , 则  $a > b$ 

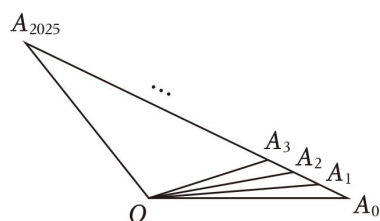
2. 某班分成了 A、B、C、D 四个学习小组学习二十大报告, 现从中随机抽取两个小组在班会课上进行学习成果展示, 则 A 组和 B 组恰有一个组被抽到的概率为 ( )

A.  $\frac{1}{3}$       B.  $\frac{1}{2}$       C.  $\frac{2}{3}$       D.  $\frac{3}{4}$ 3. 在  $\triangle ABC$  中,  $a = 2b \cos C$ , 则  $\triangle ABC$  的形状一定为 ( )

A. 等腰三角形      B. 直角三角形      C. 等边三角形      D. 等腰直角三角形

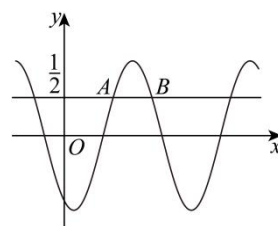
4. 已知  $i$  是虚数单位, 则  $(1+i)(1-2i) =$  ( )A.  $3+i$       B.  $3-i$       C.  $-1+i$       D.  $-1-i$ 

5. 如图所示,  $O$  为线段  $A_0A_{2025}$  外一点, 若  $A_0, A_1, A_2, A_3, \dots, A_{2025}$  中任意相邻两点间的距离相等,  $\overrightarrow{OA_0} = \vec{a}, \overrightarrow{OA_{2025}} = \vec{b}$ , 则用  $\vec{a}, \vec{b}$  表示  $\overrightarrow{OA_0} + \overrightarrow{OA_1} + \overrightarrow{OA_2} + \dots + \overrightarrow{OA_{2025}}$ , 其结果为 ( )

A.  $2025(\vec{a} + \vec{b})$       B.  $2026(\vec{a} + \vec{b})$ C.  $1012(\vec{a} + \vec{b})$       D.  $1013(\vec{a} + \vec{b})$ 

## 二、填空题

6. 已知函数  $f(x) = \sin(\omega x + \varphi)$ , 如图,  $A, B$  是直线  $y = \frac{1}{2}$  与曲线  $y = f(x)$  的两个交点, 若  $|AB| = \frac{\pi}{6}$ , 则  $\omega =$  \_\_\_\_\_.

7. 已知平面向量  $\vec{a} = (2, x)$ ,  $\vec{b} = (x, 1-x)$ , 且  $\vec{a} \perp \vec{b}$ , 则正数  $x$  的值为\_\_\_\_\_.8. 已知函数  $y = \sin(\omega x + \frac{\pi}{3}) (\omega > 0)$  在区间  $(-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3})$  上单调递增, 则  $\omega$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

## 三、解答题

9. 已知平面向量  $\vec{a}, \vec{b}$ , 满足  $|\vec{a}| = 3, |\vec{b}| = 3$ , 且  $\vec{a}$  与  $\vec{b}$  的夹角为  $\frac{\pi}{3}$ .

(1) 求  $\vec{a} \cdot \vec{b}$  的值; (2) 求  $|\vec{b} - \vec{a}|$  的值; (3) 求  $\vec{a}$  与  $\vec{b} - \vec{a}$  夹角的余弦值.

10. 在  $\triangle ABC$  中,  $\cos A = -\frac{1}{3}, a \sin C = 4\sqrt{2}$ .

(1) 求  $c$  的值;

(2) 再从条件①、条件②、条件③这三个条件中选择一个作为已知, 使得  $\triangle ABC$  存在, 求

$BC$  边上的高. 条件①:  $a = 6$ ; 条件②:  $a \sin B = \frac{10\sqrt{2}}{3}$ ; 条件③:  $\triangle ABC$  的面积为  $10\sqrt{2}$ .

# 数学暑假作业（十八）

月                  日                  星期                  实际作业时长

1. 已知在  $\triangle ABC$  中,  $\sin A : \sin B : \sin C = 4 : 3 : 2$ , 则  $\cos B$  等于 (      )  
 A.  $\frac{11}{16}$                                   B.  $\frac{7}{9}$                                   C.  $\frac{21}{16}$                                   D.  $\frac{29}{16}$
2. 在  $\triangle ABC$  中, 角  $A, B, C$  所对的边分别是  $a, b, c$ , 已知  $a = 2b \cos C$ , 则  $\triangle ABC$  的形状是 (      )  
 A. 等腰三角形      B. 直角三角形      C. 等腰直角三角形      D. 等腰或直角三角形  
 :
3. 在  $\triangle ABC$  中,  $AB = 1$ ,  $AC = 3$ ,  $A = 60^\circ$ , 则  $BC$  边上的中线长为 (      )  
 A.  $\frac{\sqrt{13}}{2}$                                   B.  $\frac{\sqrt{7}}{2}$                                   C.  $\sqrt{13}$                                   D.  $\sqrt{7}$
4. 若将函数  $y = 2\sin 2x$  的图象向左平移  $\frac{\pi}{12}$  个单位长度, 则平移后的图象的对称轴为 (      )  
 A.  $x = \frac{k\pi}{2} - \frac{\pi}{6} (k \in \mathbb{Z})$                                   B.  $x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{6} (k \in \mathbb{Z})$   
 C.  $x = \frac{k\pi}{2} - \frac{\pi}{12} (k \in \mathbb{Z})$                                   D.  $x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{12} (k \in \mathbb{Z})$
5. 角  $\alpha$  的终边与单位圆的交点坐标为  $(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2})$ , 将  $\alpha$  的终边绕原点顺时针旋转  $\frac{3\pi}{4}$ , 得到角  $\beta$ , 则  $\cos(\alpha + \beta) = (      )$   
 A.  $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$                                   B.  $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$                                   C.  $\frac{\sqrt{3}-1}{4}$                                   D. 0

## 二、填空题

6. 已知单位向量  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  满足  $|\vec{a} + \lambda \vec{b}| = \sqrt{7}$ , 且  $\langle \vec{a}, \vec{b} \rangle = \frac{\pi}{3}$ , 则正数  $\lambda$  的值为\_\_\_\_\_.
7. 已知圆锥的底面面积为  $3\pi$ , 其侧面展开图的圆心角为  $\sqrt{3}\pi$ , 则过该圆锥顶点作截面, 截面三角形面积最大值为 \_\_\_\_\_.
8. 已知单位向量  $\vec{e}_1$ ,  $\vec{e}_2$  的夹角为  $\frac{\pi}{2}$ , 且  $\vec{a} = x\vec{e}_1 + y\vec{e}_2$  (其中  $x, y \in \mathbb{R}$ ). 当  $x = y = 1$  时,  $\vec{a} \cdot \vec{e}_1 =$  \_\_\_\_\_; 当  $\vec{a} \perp (\vec{e}_1 + \vec{e}_2)$  时,  $|\vec{a} - \vec{e}_1|$  的最小值是 \_\_\_\_\_.

## 三、解答题

9. 已知  $\cos \alpha = \frac{4}{5}$ ,  $\alpha \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ . (1) 求  $\tan\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right)$  的值; (2) 求  $\sin^2 \frac{\alpha}{2} + \sin 2\alpha$  的值.

10. 已知函数  $f(x) = 2\sqrt{3} \sin(\pi - x) \cos x + 2 \cos^2 x$ .

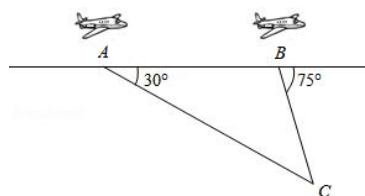
(1) 求函数  $f(x)$  的最小正周期; (2) 若  $x \in \left[-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}\right]$ , 求函数  $f(x)$  的值域.

(3) 若函数  $g(x) = f(x) - 1$  在  $\left[-\frac{\pi}{6}, m\right]$  上有且仅有两个零点, 则求  $m$  的取值范围

# 数学暑假作业（十九）

月 日 星期 实际作业时长

- 已知集合  $A = \{x | x > 0\}$ ,  $B = \{x | -1 < x < 2\}$ , 若  $A \cap B =$  ( )  
 A.  $\{x | x < 2\}$  B.  $\{x | 0 < x < 2\}$  C.  $\{x | 1 < x < 2\}$  D.  $\{x | -1 < x < 2\}$
- 下列函数中, 是奇函数且在区间  $(0, +\infty)$  上单调递增的是 ( )  
 A.  $f(x) = x^{\frac{1}{2}}$  B.  $f(x) = x^2$  C.  $f(x) = \frac{1}{x}$  D.  $f(x) = x^3$
- 已知圆锥的底面半径为 2, 高为  $4\sqrt{2}$ , 则该圆锥的侧面积为 ( )  
 A.  $4\pi$  B.  $12\pi$  C.  $16\pi$  D.  $\frac{16\sqrt{2}}{3}\pi$
- 下列函数中最小正周期为  $\pi$  且是奇函数的为 ( )  
 A.  $y = \tan 2x$  B.  $y = \tan(x + \frac{\pi}{4})$  C.  $y = \cos(2x + \frac{3}{2}\pi)$  d.  $y = \sin(2x + \frac{3}{2}\pi)$
- 如图, 飞机飞行的航线  $AB$  和地面目标  $C$  在同一铅直平面内, 在  $A$  处测得目标  $C$  的俯角为  $30^\circ$ , 飞行 10 千米到达  $B$  处, 测得目标  $C$  的俯角为  $75^\circ$ , 这时  $B$  处与地面目标  $C$  的距离为 ( )



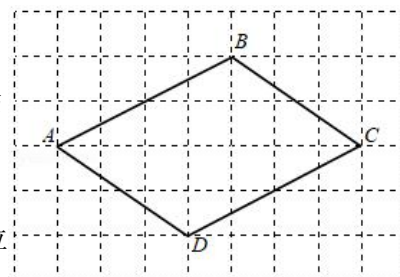
- A. 5 千米 B.  $5\sqrt{2}$  千米  
 C. 4 千米 D.  $4\sqrt{2}$  千米

## 二、填空题

6. 已知复数  $z$  的实部和虚部相等, 且  $|z| = \sqrt{2}$ , 则  $z =$  \_\_\_\_.

7. 已知  $\vec{e}_1, \vec{e}_2$  是两个不共线的向量,  $\vec{a} = \vec{e}_1 - 4\vec{e}_2$ ,  $\vec{b} = k\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2$ , 若  $\vec{a}$  与  $\vec{b}$  共线, 则  $k =$  \_\_\_\_.

8. 已知四边形的顶点  $A, B, C, D$  在边长为 1 的正方形网格中的位置如图所示, 则  $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{DB} =$  \_\_\_\_.



## 三、解答题

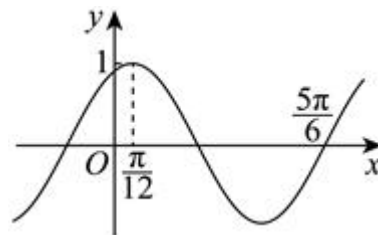
9、在锐角  $\triangle ABC$  中，角  $A$ ， $B$ ， $C$  所对的边分别为  $a$ ， $b$ ， $c$ ，已知  $a = \sqrt{7}$ ， $b = 3$ ，

$\sqrt{7} \sin B + \sin A = 2\sqrt{3}$ ．（I）求角  $A$  的大小；（II）求  $\triangle ABC$  的面积．

10、函数  $f(x) = \sin(\omega x + \varphi)$  ( $\omega > 0$ ,  $|\varphi| < \frac{\pi}{2}$ ) 的部分图像如图所示．

(1) 求  $f(x)$  的解析式；(2) 若  $f(x_0) = \frac{3}{5}$ ，求  $\cos(2x_0 - \frac{\pi}{6})$  的值；

(3) 若  $\forall x \in [-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}]$ ,  $[f(x)]^2 - mf(x) - 1 \leq 0$  恒成立，求  $m$  的取值范围．





# 数学暑假作业（二十）

月

日

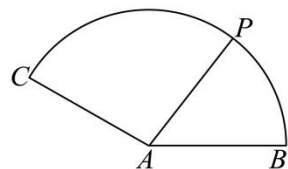
星期

实际作业时长

1. 若  $z(1+i) = 2i$ , 则  $z = ( \quad )$ A.  $-1-i$ B.  $-1+i$ C.  $1-i$ D.  $1+i$ 2. 已知  $\tan \alpha = 2$ , 则  $\frac{\sin \alpha + \cos \alpha}{2 \sin \alpha - \cos \alpha} = ( \quad )$ A.  $\frac{1}{3}$ B.  $\frac{1}{2}$ 

C. 1

D. 2

3. 设  $C: y = \cos(2x + \frac{3}{2}\pi)$  内角  $A, B, C$  的对边分别为  $a, b, c$ , 且  $b = \sqrt{2}, c = \sqrt{3}, C = 60^\circ$ , 则角  $B = ( \quad )$ A.  $45^\circ$ B.  $30^\circ$ C.  $45^\circ$  或  $135^\circ$ D.  $30^\circ$  或  $150^\circ$ 4.  $\triangle ABC$  的内角  $A, B, C$  的对边分别为  $a, b, c$ , 已知  $b=2, B=\frac{\pi}{6}, C=\frac{\pi}{4}$ , 则  $\triangle ABC$  的面积为  $( \quad )$  A.  $2+2\sqrt{3}$  B.  $\sqrt{3}+1$  C.  $2\sqrt{3}-2$  D.  $\sqrt{3}-1$ 5. 如图, 扇形的半径为 1, 圆心角  $\angle BAC = 150^\circ$ , 点  $P$  在弧  $BC$  上运动, 且  $\overrightarrow{AP} = \lambda \overrightarrow{AB} + \mu \overrightarrow{AC}$ ,则  $\sqrt{3}\lambda - \mu$  的最大值是  $( \quad )$ 

A. 2

B.  $\sqrt{3}$ 

C. 0

D. -1、

## 二、填空题

6. 已知圆锥的高为  $\sqrt{3}$ , 底面半径为 1, 则该圆锥的表面积是\_\_\_\_\_.7. 已知  $\tan \alpha = 2$ , 则  $\frac{\cos(\frac{\pi}{2} - \alpha) - \cos(\pi - \alpha)}{3 \cos \alpha + \sin(-\alpha)} =$ \_\_\_\_\_.8. 三棱锥  $A-BCD$  中,  $BC = CD = 2, BC \perp CD$ ,  $\triangle ABD$  是正三角形,  $AC = \sqrt{14}$ , 则三棱锥  $A-BCD$  的体积为\_\_\_\_\_; 此三棱锥外接球的表面积为\_\_\_\_\_.

## 三、解答题

9. 已知复数  $z_1 = a + 2 + (a - 1)i$ ,  $z_2 = 2 + (3a + 1)i$ ,  $a \in R$ .

(1) 若复数  $z_1 + z_2$  在复平面内的对应点落在第四象限, 求实数  $a$  的取值范围;

(2) 若复数  $|z_1| = \sqrt{5}$ , 求  $z_1 \cdot z_2$ .

10. 在  $\triangle ABC$  中,  $a = 2, a \sin B + \sqrt{3}b \cos A = 0$ .

(I) 求  $A$ ; (II) 除上述条件外,  $\triangle ABC$  同时满足\_\_\_\_\_, 求  $\sin C$  的值;

请从①  $B = \frac{\pi}{4}$ , ②  $b = 3$ , ③  $3b = 4 \sin A$  中选择一个符合题意的条件, 补充到上面问题中, 并

完成解答. (III) 求  $\triangle ABC$  面积的最大值

.